

KOLOKVIJUM II IZ PREDMETA MEHANIKA I OTPORNOST MATERIJALATEORIJSKI DIO

(I grupa)

**PITANJE 1:** Ravno stanje napona u tački napregnutog tijela.

**ZADATAK 1:** Skicirati deformaciju definisanu datim tenzorom ravnog stanja deformacije u ravni  $xy$ .

$$[D] = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} 10^{-6}$$

**PITANJE 2** Čisto koso savijanje.

**ZADATAK 2:** Za pravougaoni poprečni presjeka sa odnosom stranica  $h/b=20/10\text{cm}$  nacrtati dijagrame normalnih napona u slučaju da je opterećen:

- Aksijalnom silom pritiska 500 kN;
- Momentom savijanja oko slabije ose intenziteta 50 kNm.

**RJEŠENJE ZADATAKA****ZADATAK 1**

Zadato je ravno stanje deformacije u ravni  $xy$ , pa su komponente tenzora deformacije kako slijedi:

$$[D] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} 10^{-6}$$

Prvo se prikaže okolina tačke beskonačno malih dimenzija ( $l_x \times l_y$ ) prije deformacije u zadatoj ravni.

Zatim se nanese promjena pravog ugla između osa koja je zadata pomoću klizanja ( $\gamma_{xy}$ ). U konkretnom slučaju, klizanje je negativno ( $\frac{1}{2}\gamma_{xy} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ ) pa prema konvenciji o znaku klizanja dolazi do povećanja pravog ugla (slika niže).

Kada se definiše klizanje, potrebno je analizirati dilatacije u dva upravna pravca  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_y$ . U konkretnom slučaju dilatacija u  $x$  pravcu je pozitivna ( $\varepsilon_x = 3 \cdot 10^{-6}$ ), pa će prema konvenciji o znaku dilatacije doći do izduženja u  $x$  pravcu, odnosno  $l_x$  će se povećati, dok će u  $y$  pravcu doći do skraćivanja, odnosno dužina prije deformacije ( $l_y$ ) će se smanjiti nakon deformacije zbog toga što je dilatacija u pravcu  $y$  ose negativna ( $\varepsilon_y = -5 \cdot 10^{-6}$ ).

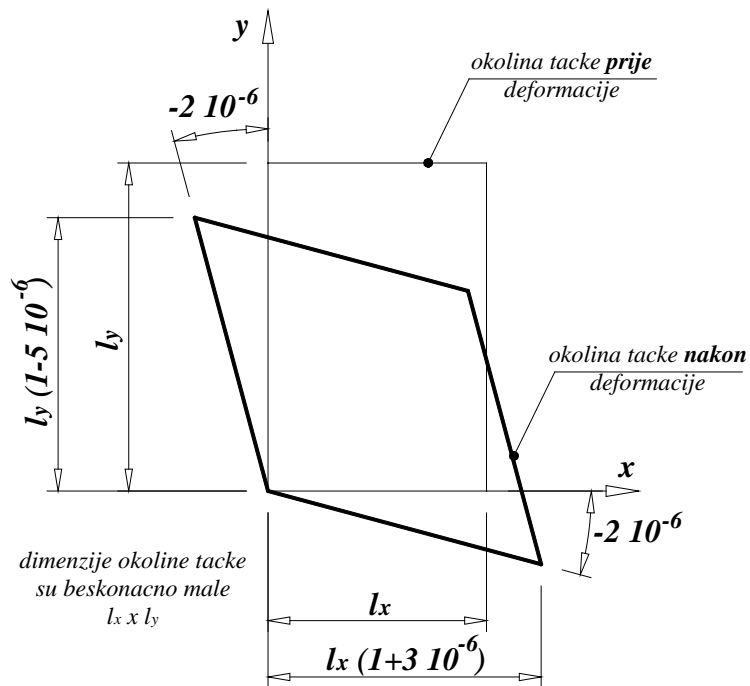
Kako odrediti **dužinu u  $x$  pravcu nakon deformacije ( $l_x'$ )** ako je poznata **dužina prije deformacije ( $l_x$ )** i **dilatacija u  $x$  pravcu ( $\varepsilon_x$ )**.

$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l_x}$  - dilatacija prema definiciji predstavlja odnos promjene dužine ( $\Delta l_x$ ) prema dužina prije deformacije ( $l_x$ )

$$l_x' = l_x + \Delta l_x = l_x + \varepsilon_x \cdot l_x = l_x \cdot (1 + \varepsilon_x)$$

Na sličan način se može izraziti dužina nakon deformacije za proizvoljan pravac ako je poznata prvobitna dužina i dilatacija u tom pravcu. Za pravac  $y$  imamo  $l_y' = l_y \cdot (1 + \varepsilon_y)$ .

Gore izvedeni izrazi su korišćeni na slici niže prilikom kotiranja dužina u  $x$  i  $y$  pravcima nakon deformacije.

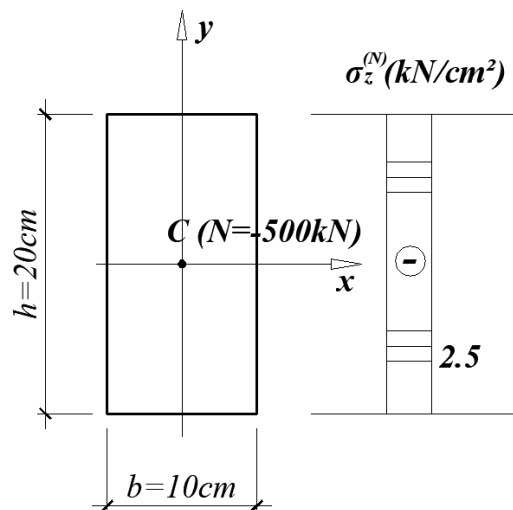


## ZADATAK 2

### a. aksijalno naprezanje

U presjeku koji je opterećen aksijalnom silom ( $N$ ) se javlja konstantan normalni napon i to  $\sigma_z^{(N)}$ :

$$\sigma_z^{(N)} = \frac{N}{A} = \frac{-500}{10 \cdot 20} = -2.5 \text{ kN/cm}^2$$



### b. čisto pravo savijanje

Zadato je da se presjek savija oko slabije ose. U konkretnom slučaju to je osa  $y$  (vidjeti sliku niže). Dakle, vektor napadnog momenta je u pravcu  $y$  ose.

Pošto nije zadato u kom smjeru djeluje moment usvaja se da moment djeluje prema niže.

Intenzitet vektora je zadat ( $M_y = 50 \text{ kNm}$ ).

U presjeku koji je opterećen momentom savijanja oko glavne ose  $y$  ( $M_y$ ) se javlja normalni napon  $\sigma_z^{(M_y)}$  čija promjena je linearna po širini presjeka. Neutralna osa je osa savijanja ( $y$ ). Maksimalni napon  $\sigma_{z, max}^{(M_y)}$  se javlja u najudaljenijim vlaknima .

$$\sigma_{z, max}^{(M_y)} = \frac{M_y}{I_y} \cdot x_{max} \text{ Luj Navier-ova formula}$$

$$I_y = \frac{10^3 \cdot 20}{12} = 1666.67 \text{ cm}^3$$

$$x_{max} = \frac{b}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$M_y = 50 \text{ kNm} = 5000 \text{ kNcm}$$

$$\sigma_{z, max}^{(M_y)} = \frac{5000}{1666.67} \cdot 5 = 15 \text{ kN/cm}^2$$

